Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a XV-a

Galaţi, 25 octombrie 2014

Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Se consideră mulţimea $A=\left\{ r\in\mathbb{N}\,\middle|\, r=\dfrac{2\cdot 4\cdot 6\cdot ...\cdot 2014}{7^x\cdot 17^y},\ \text{unde } x,y\in\mathbb{N}\right\}$. Care este cel mai mic element al mulţimii A?

b) În paralelogramul $ABCD$ în care $2\cdot AB=BC$ se coboară înălţimea CE pe AB. Ştiind că M este mijlocul laturii [AD], să se arate că $m(\sphericalangle DME)=3\cdot m(\sphericalangle AEM)$.

Problema 2.

a) Se dau 2014 numere $a_1,a_2,a_3,...,a_{2014}$ care verifică inegalităţile:

$a_1-5\cdot a_2+4\cdot a_3\geq 0$

$a_2-5\cdot a_3+4\cdot a_4\geq 0$

……

$a_{2013}-5\cdot a_{2014}+4\cdot a_1\geq 0$

$a_{2014}-5\cdot a_1+4\cdot a_2\geq 0$

Se ştie că $a_1=1$. Să se afle $a_2,a_3,...,a_{2014}$.

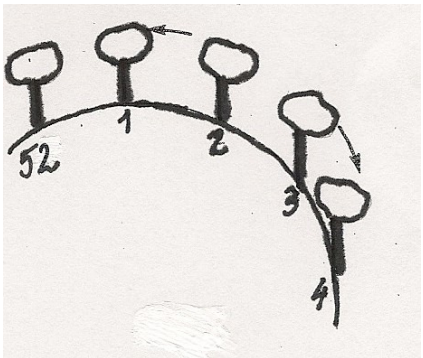
b) Într-un triunghi o latură este de 1 cm, perimetrul este exprimat printr-un număr întreg, iar mediana corespunzătoare ei este de 3 cm.

i) Determinaţi perimetrul triunghiului.

ii) Stabiliţi dacă triunghiul este isoscel sau echilateral.

Problema 3.

Pe 52 de copaci numerotaţi cu numerele 1, 2, 3, ..., 52 sunt aşezaţi în cerc 52 de scatii zglobii (pe fiecare copac câte unul). Din timp în timp doi scatii zboară pe copacii alăturaţi, în sensuri contrare (unul în sensul acelor de ceasornic, celălalt în sens contrar, vezi figura alăturată), operaţiune pe care o numim *zbor dublu*.



Notăm cu S_n suma produselor dintre numărul copacului şi numărul de scatii care se află pe copac după ce s-au efectuat n *zboruri duble*, unde $n \in \mathbb{N}^*$. La momentul iniţial avem $S_0 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + ... + 52 \cdot 1$.

a) Să se calculeze S_0.

b) Să se demonstreze că $|S_{32} - S_{31}| \leq 52$.

c) Să se demonstreze că scatii nu se strâng într-un singur copac niciodată.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 2 ore 30 minute